**Вопросы к экзамену по курсу «Математическое программирование»**

**Теоретическая часть**

1. Предмет изучения, структура, цели и задачи курса. Общее понятие задачи оптимизации. Классификация задач оптимизации. Обзор методов решения оптимизационных задач. Смежные дисциплины.
2. Общая формулировка задачи линейной оптимизации. Формы записи задач линейной оптимизации.
3. Геометрический метод решения задачи линейной оптимизации.
4. Симплекс-метод решения задачи линейной оптимизации. Алгоритмы нахождения опорного(базисного) и оптимального решений.
5. Транспортная задача. Математическая модель транспортной задачи. Алгоритм решения транспортной задачи. Методы построения исходного опорного решения.
6. Метод потенциалов нахождения оптимального решения транспортной задачи.
7. Общие принципы решения задач оптимизации методом ветвей и границ.
8. Комбинаторные методы решения оптимизационных задач. Генерация подмножеств заданного множества.
9. Комбинаторные методы решения оптимизационных задач. Генерация сочетаний.
10. Комбинаторные методы решения оптимизационных задач. Генерация перестановок.
11. Комбинаторные методы решения оптимизационных задач. Генерация размещений.
12. Динамическое программирование. Вычислительная схема решения задачи динамического программирования (на примере решения задачи о рюкзаке).
13. Основные приложения динамического программирования. Обзор задач, решаемых методами динамического программирования.
14. Рекурсивные алгоритмы.
15. Математические основы сетевого планирования. Основные понятия теории графов.
16. Математические основы сетевого планирования. Кратчайшие пути между вершинами графа.
17. Математические основы сетевого планирования. Максимальные пути между вершинами графа.
18. Сетевые модели. Применение сетевых моделей. Сетевые графики.
19. Минимальные покрывающие деревья. Основные алгоритмы нахождения минимального остовного дерева.
20. Оптимизационные алгоритмы на графах. Алгоритм поиска в ширину.
21. Оптимизационные алгоритмы на графах. Алгоритм поиска в глубину.
22. Оптимизационные алгоритмы на графах. Топологическая сортировка.
23. Потоки в сетях. Задача о максимальном потоке. Теорема Форда-Фалкерсона.
24. Потоки в сетях. Задача о максимальном потоке. Алгоритм Форда-Фалкерсона.
25. Задачи нелинейного программирования. Основные алгоритмы решения.
26. Постановка задачи векторной оптимизации.
27. Методы решения задач векторной оптимизации.

**Задания для выполнения на компьютере с использованием языка программирования С++**

1. Реализуйте пример замера продолжительности процесса вычисления на основе цикла. Проведите необходимые эксперименты и постройте график зависимости продолжительности процесса вычисления от количества циклов (в Excel).
2. Разработать программу, реализующую работу генератора подмножеств заданного множества.
3. Разработать программу, реализующую работу генератора сочетаний.
4. Разработать программу, реализующую работу генератора перестановок.
5. Разработать программу, реализующую работу генератора размещений.
6. Разработать программу, реализующую решение задачи о коммивояжере (расстояния для 10 городов сгенерировать случайным образом в пределах 10 – 300 км, 3 расстояния между городами задать бесконечными).
7. Разработать программу, реализующую решение упрощенной задачи о рюкзаке (веса предметов и их стоимость сгенерировать случайным образом: вместимость рюкзака 300 кг, веса предметов 10 – 300 кг, стоимость предметов 5 – 55 у.е.; количество предметов – 18 шт.).
8. Разработать программу, реализующую решение об оптимальной загрузке судна (веса контейнеров сгенерировать случайным образом: ограничение по общему весу – 1500 кг., количество мест на судне для контейнеров – 5, количество контейнеров 25, веса контейнеров 100 – 900 кг., доход от перевозки 10 – 150 у.е.).
9. Разработать программу, реализующую решение об оптимальной загрузке судна с условием центровки (веса контейнеров сгенерировать случайным образом: количество мест на судне для контейнеров – 5, количество контейнеров 8, веса контейнеров 100 – 200 кг., доход от перевозки 10 – 100 у.е.; минимальный вес контейнера для каждого места 50 – 120 кг, максимальный вес контейнера для каждого места 150 – 850 кг).
10. Разработать программу исследования зависимости времени вычисления необходимого для решения задачи коммивояжера (5–12 городов) и построить соответствующий график.
11. Разработать программу исследования зависимости времени вычисления необходимого для упрощенной задачи о рюкзаке (количество предметов 12 – 20 шт.) и построить соответствующий график.
12. Разработать программу исследования зависимости времени вычисления необходимого для решения задачи об оптимальной загрузке судна (количество мест на судне – 6 шт., количество контейнеров 25 – 35 шт.) и построить соответствующий график.
13. Разработать программу исследования зависимости времени вычисления необходимого для решения задачи об оптимальной загрузке судна об оптимальной загрузке судна с условием центровки (количество мест на судне для контейнеров 4 – 10 шт.) и построить соответствующий график.
14. Разработать программу вычисления дистанции Левенштейна для слов «антимонопольный» и «антикоррупционный» рекурсивным методом. Найти время выполнения для данного алгоритма.
15. Разработать программу вычисления дистанции Левенштейна для слов «антимонопольный» и «антикоррупционный» методом динамического программирования. Найти время выполнения для данного алгоритма.
16. Разработать программу вычисления наибольшей общей подпоследовательности для Х= «ALDC» и Y= «LADCMI» рекурсивным методом. Найти время выполнения для данного алгоритма.
17. Разработать программу вычисления наибольшей общей подпоследовательности для Х= «ALDC» и Y= «LADCMI» методом динамического программирования. Найти время выполнения для данного алгоритма.
18. Разработать программу для решения задачи об оптимальной расстановке скобок при умножении нескольких матриц рекурсивным методом (сгенерировать последовательность  случайным образом). Найти время выполнения для данного алгоритма.
19. Разработать программу для решения задачи об оптимальной расстановке скобок при умножении нескольких матриц методом динамического программирования (сгенерировать последовательность  случайным образом). Найти время выполнения для данного алгоритма.
20. Разработать программу генерации ориентированного графа из 7-ми вершин случайным образом, а также его представления матричным и списковым способом.
21. Разработать программу генерации ориентированного графа из 7-ми вершин случайным образом, а также создать функцию **BFS** обхода вершин графа, используя метод поиска в ширину.
22. Разработать программу генерации ориентированного графа из 7-ми вершин случайным образом, а также создать функцию **DFS** обхода вершин графа, используя метод поиска глубину.
23. Разработать программу генерации ориентированного графа из 7-ми вершин случайным образом, а также создать функцию **TFS** для топологической сортировки графа.

**Практическая часть**

1. Получить все подмножества множества, состоящего из 4-х элементов А,В,С,D. По какой формуле вычисляется количество подмножеств?
2. Получить все сочетания по 3 множества, состоящего из 4-х элементов А,В,С,D. По какой формуле вычисляется количество сочетаний?
3. Получить множество всех перестановок множества, состоящего из 3-х элементов А,В,С. По какой формуле вычисляется количество перестановок?
4. Получить множество размещений, по 2 элемента из множества А,В,С,D. По какой формуле вычисляется количество размещений?
5. Решить задачу о коммивояжере методом ветвей и границ с количеством городов равным 4. Расстояния между городами в км. заданы в матрице *С*:

*С*=.

1. Решить задачу о коммивояжере методом ветвей и границ с количеством городов равным 4. Расстояния между городами в км. заданы в матрице С:

*С*=.

1. Решить задачу о коммивояжере методом ветвей и границ с количеством городов равным 4. Расстояния между городами в км. заданы в матрице *С*:

*С*=.

1. Вычислить дистанцию Левенштейна на основе рекурсивного алгоритма между словами «сом» и «домен».
2. Вычислить дистанцию Левенштейна на основе рекурсивного алгоритма между словами «эркер» и «акр».
3. Вычислить дистанцию Левенштейна на основе рекурсивного алгоритма между словами «дом» и «сонет».
4. Определить длину наибольшей общей подпоследовательности последовательностей «*ACBDAB*» и «*BDCABA*» на основе алгоритма динамического программирования.
5. Определить длину наибольшей общей подпоследовательности последовательностей «*ACEFAB*» и «*DCABEF*» на основе алгоритма динамического программирования.
6. Ориентированный граф представлен в виде матрицы смежности *М*:

*М*=.

Отобразить данный граф в обычном виде и в виде списка смежных вершин.

1. Ориентированный граф представлен в виде матрицы смежности *М*:

*М*=.

Реализовать алгоритм поиска в ширину для данного графа.

1. Ориентированный граф представлен в виде матрицы смежности *М*:

*М*=.

Реализовать алгоритм поиска в глубину для данного графа.

1. Ориентированный граф представлен в виде матрицы смежности *М*:

*М*=.

Реализовать алгоритм топологической сортировки для данного графа.

1. Построить кратчайший путь во взвешенном ориентированном графе G, представленном в виде матрицы:

*G*=.

1. Построить максимальный путь во взвешенном ориентированном графе G, представленном в виде матрицы:

*G*=.

1. Имеется сеть *G*. Дана пропускная способность дуг, представленная в виде матрицы *М* и поток *f*. Определить максимальный поток в сети G на основе алгоритма Форда-Фалкерсона.

*М*=, *f*=.

1. Имеется граф связанный неориентированный граф G, с заданной весовой функцией на множестве ребер. Построить минимальное покрывающее дерево на основе алгоритма Крускала.



1. Имеется граф связанный неориентированный граф G, с заданной весовой функцией на множестве ребер. Построить минимальное покрывающее дерево на основе алгоритма Прима.



1. Решить транспортную задачу с использованием метода потенциалов: имеется 5 поставщиков продукции и 4 потребителя. Потребности (в тоннах) составляют соответственно 28, 13, 52, 11 и 7. Запасы (в тоннах) – 25, 41, 32, 13. Затраты на перевозку продукции (в у.е.) заданы матрицей *С*:

С=.

1. Решить открытую транспортную задачу с использованием метода потенциалов: имеется 5 поставщиков продукции и 4 потребителя. Потребности (в тоннах) составляют соответственно 29, 13, 26, 10 и 7. Запасы (в тоннах) – 24, 39, 32, 23. Затраты на перевозку продукции (в у.е.) заданы матрицей *С*:

С=.

1. Решить задачу линейного программирования геометрическим методом. Фирма производит типографскую краску двух цветов: черную и синюю из сырья двух типов М1 и М2.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Расход сырья (в тоннах) на тонну краски | | Максимально возможный ежедневный расход сырья |
| Черная | Синяя |
| Сырье М1 | 6 | 4 | 24 |
| Сырье М2 | 1 | 2 | 6 |
| Доход (в 1000$) на тонну краски | 5 | 4 |  |

Отдел маркетинга фирмы ограничил ежедневное производство синей краски до 2 т. (из-за отсутствия спроса), а также поставил условие, чтобы ежедневное производство синей краски не превышало более чем на тонну аналогичный показатель производства черной краски. Фирме требуется определить оптимальное (наилучшее) соотношение между видами выпускаемой продукции для максимизации общего ежедневного дохода.

1. Решить задачу линейного программирования геометрическим методом. Фирма производит типографскую краску двух цветов: черную и синюю из сырья двух типов М1 и М2.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Расход сырья (в тоннах) на тонну краски | | Максимально возможный ежедневный расход сырья |
| Черная | Синяя |
| Сырье М1 | 2 | 4 | 30 |
| Сырье М2 | 3 | 1 | 18 |
| Доход (в 1000$) на тонну краски | 3 | 6 |  |

Отдел маркетинга фирмы ограничил ежедневное производство синей краски до 4 т. (из-за отсутствия спроса), а также поставил условие, чтобы ежедневное производство синей краски не превышало более чем на 2 т. аналогичный показатель производства черной краски. Фирме требуется определить оптимальное (наилучшее) соотношение между видами выпускаемой продукции для максимизации общего ежедневного дохода.

1. Найти точку условного экстремума функции  при ограничениях:



1. Решить задачу линейного программирования симплекс методом. Фирма производит типографскую краску двух цветов: черную и синюю из сырья двух типов М1 и М2.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Расход сырья (в тоннах) на тонну краски | | Максимально возможный ежедневный расход сырья |
| Черная | Синяя |
| Сырье М1 | 6 | 4 | 24 |
| Сырье М2 | 1 | 2 | 6 |
| Доход (в 1000$) на тонну краски | 5 | 4 |  |

Отдел маркетинга фирмы ограничил ежедневное производство синей краски до 2 т. (из-за отсутствия спроса), а также поставил условие, чтобы ежедневное производство синей краски не превышало более чем на тонну аналогичный показатель производства черной краски. Фирме требуется определить оптимальное (наилучшее) соотношение между видами выпускаемой продукции для максимизации общего ежедневного дохода.

1. Решить задачу линейного программирования симплекс методом. Фирма производит типографскую краску двух цветов: черную и синюю из сырья двух типов М1 и М2.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Расход сырья (в тоннах) на тонну краски | | Максимально возможный ежедневный расход сырья |
| Черная | Синяя |
| Сырье М1 | 2 | 4 | 30 |
| Сырье М2 | 3 | 1 | 18 |
| Доход (в 1000$) на тонну краски | 3 | 6 |  |

Отдел маркетинга фирмы ограничил ежедневное производство синей краски до 4 т. (из-за отсутствия спроса), а также поставил условие, чтобы ежедневное производство синей краски не превышало более чем на 2 т. аналогичный показатель производства черной краски. Фирме требуется определить оптимальное (наилучшее) соотношение между видами выпускаемой продукции для максимизации общего ежедневного дохода.